

# KURZUSINFORMÁCIÓ

ANALÍZIS I LEVELEZŐS, PMB1105L

2014 TAVASZ

**Tantárgy neve:** Analízis I

**Tantárgy kódja:** PMB1105L

**Kreditpont:** 4

**Féléves kontakt óraszám:** 12

**Előfeltétel:** nincs

**Félévi követelmény:** kollokvium

## A konzultációk tematikája

**Halmazok** Alapvető fogalmak, halmazműveleti tulajdonságok, halmazrendszerek

**Relációk** Rendezett pár, Descartes-szorzat, reláció értelmezési tartománya és értékkészlete, összetett és inverz reláció

**Függvények** Függvény fogalma, halmazok képe és ősképe, összetett és inverz függvény, valós függvények tulajdonságai, elemi függvények

**Valós számok** A valós számok axiómarendszere, egyenlőtlenségek, halmazok számossága, a valós számok metrikus tulajdonságai (környezet, torlódási pont, nyílt halmazok)

**Számsorozatok** Monotonitás, korlátosság, konvergencia, részsorozatok, tagabb értelemben vett konvergencia, Cauchy sorozat, nevezetes sorozatok, az  $e$  szám fogalma, határérték és műveletek, Rendőr-elv, további érdekes határértékek

**Végtelen sorok** A sor fogalma, mértani sorok, további kiszámítható sorok, abszolút és feltételesen konvergens sorok, sorok átrendezhetősége, konvergencia kritériumok, hatványsorok konvergencia tartománya

**Függvények folytonossága** Átviteli elv, elemi függvények folytonossága, szakadási helyek, függvények határértéke, határérték a végtelenben, egyenletes folytonosság, zárt intervallumon értelmezett folytonos függvények tulajdonságai

## Legfontosabb feladattípusok

- Halmazok elemeinek meghatározása,
- Halmazegyenlőség bizonyítása,
- Relációk, ill. értelmezési tartományának, értékkészletének és inverzének meghatározása,
- Összetett relációk meghatározása,
- Inverzfüggvények meghatározása,
- Halmazok függvény szerinti képe és ősképe,
- Függvények elemi ábrázolása, és tulajdonságainak megadása
- Egyenlőtlenségek megoldása,
- Sorozatok tulajdonságainak vizsgálata,
- Határértékszámítás,
- Mértani sorok kiszámítása, egyéb sorok összege,
- Konvergenca kritériumok használata,
- Hatványsorok konvergenca tartományának keresése,
- Függvény határértékének keresése pontban és a végtelenben.

## Számonkérés, értékelés

A hallgatók a vizsgaidőszak alatt egy 50 pontos dolgozatot írnak, amiből megszerezhetik a félév eredményüket. A vizsgaidőpontokat a kurzus előadója hirdeti ki a Neptun tanulmányi rendszeren keresztül és csak azok a hallgatók vizsgázhatnak, akik feliratkoztak az adott időpontra. A vizsgára bocsátásnak nincsenek egyéb feltételei. A szerzett pontszámokból az érdemjegyek a következő táblázat szerint kerülnek megállapításra

0 – 19	→ elégtelen
20 – 27	→ elégséges
28 – 35	→ közepes
36 – 42	→ jó
43 – 50	→ jeles

Elégtelen vizsgát még kétszer lehet megismételni.

## A számonkérések szerkezete

Az 50 pontos vizsga szerkezete a következő

1. 5 igaz-hamis állításból álló teszt (10 pont)
2. 4 definíció vagy tétel kimondása (20 pont)
3. 3 feladat (20 pont)

Olyan definíciót vagy tételt kell tudni kimondani, melyek az előadásokon hangzott el. Hasonlóan, a feladatok is a konzultációkon tanult ismeretekből kerülhetnek ki.

## Rendelkezésre álló segédanyagok

- [1] Toledo Rodolfo – Rozgonyi Tibor, *Analízis I*, Főiskolai jegyzet, Nyíregyháza, 2011.
- [2] Az előadások prezentációja:  
[http://zeus.nyf.hu/toledo/hun/education/anyagok/anal1/analizis1\\_PTI\\_p.pdf](http://zeus.nyf.hu/toledo/hun/education/anyagok/anal1/analizis1_PTI_p.pdf)
- [3] Feladatsor:  
<http://zeus.nyf.hu/toledo/hun/education/anyagok/anal1/FeladatsorAnalizisI.pdf>

Név: \_\_\_\_\_  
 Neptunkód: \_\_\_\_\_

1. Állapítsa meg, hogy a következő állítások közül melyek igazak és melyek hamisak! 10 pont

- Legyen  $A = \{1, \{2\}\}$ . Ekkor  $1 \in A$  és  $2 \in A$ .
- Az egész számok és a racionális számok számossága megegyezik.
- Minden korlátos számsorozatnak van határértéke.
- Ha egy sor általános tagja tart nullához, akkor a sor konvergens.
- Minden harmadfokú polinomnak van zérushelye.

2. Adja meg a következő tételeket és fogalmakat! 20 pont

- a függvény fogalma,
- a sorozat határértékének fogalma,
- a Rendőr-elv.
- a Cauchy-féle konvergencia kritérium sorozatokra.

3. Legyen  $A := \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , valamint  $\varrho$  és  $\sigma$  az  $A$  halmazon értelmezett reláció úgy, hogy 5 pont

$$\begin{aligned}\varrho &:= \{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (3, 4), (4, 5)\} \\ \sigma &:= \{(1, 1), (1, 3), (3, 2), (5, 4)\}.\end{aligned}$$

Adjuk meg a  $\varrho^2 \circ \sigma$  reláció elemeit!

4. Vizsgáljuk meg monotonitás, korlátosság és konvergencia szempontjából a következő sorozatot! Ha konvergens, számítsuk ki  $\varepsilon = 10^{-3}$ -hoz tartozó küszöbindeket! 6 pont

$$a_n := \frac{n-1}{2n+3}$$

5. Határozza meg a következő határértékeket! 9 pont

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + n} + 2n}{2 + \sqrt{n^2 + 1}}, \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+3}{2n-1} \right)^{n-3}, \quad c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 - 1}.$$